

**量子力学 第10回演習**  
**締切：6月3日（水）12時**

- ・ 解答は、コピー防止のため手書きで作成して下さい。
- ・ 解答は一つのPDFファイルにまとめて下さい（複数ファイルに分けない）。
- ・ 解答の冒頭に、「量子力学 出題日付 第〇回演習 学籍番号 氏名」を明記して下さい。
- ・ 導出過程も明記して下さい。論理的な記述を心がけて下さい。
- ・ 使用するパラメタの定義は明確に示して下さい。

光の量子状態について考える。光は量子力学的1次元調和振動子として取り扱えるため、光に対するハミルトニアンは、

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 \hat{x}^2$$

と表される。ここで、生成演算子  $\hat{a}^\dagger = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}\hat{x} - \frac{i}{\sqrt{2m\hbar\omega}}\hat{p}$ 、消滅演算子

$\hat{a} = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}\hat{x} + \frac{i}{\sqrt{2m\hbar\omega}}\hat{p}$ 、個数演算子  $\hat{a}^\dagger\hat{a}$  とし、個数演算子  $\hat{a}^\dagger\hat{a}$  に対する固有ベクトルを

$|n\rangle$ 、固有値を  $n$  ( $n=0,1,2,\dots$ ) とする ( $\hat{a}^\dagger\hat{a}|n\rangle = n|n\rangle$ )。  $|n\rangle$  は完全規格直交系をなすことがわかっている。以下の問に答えよ。

1.  $|\alpha\rangle = e^{-|\alpha|^2/2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle$  ( $\alpha$  は複素数) で表される状態を考える。  $|\alpha\rangle$  をコヒーレント状態と呼ぶ。  $|\alpha\rangle$  が消滅演算子  $\hat{a}$  に対する固有ベクトルになっていることを示せ。また  $|\alpha\rangle$  の  $\hat{a}$  に対する固有値を求めよ。
2.  $|\alpha\rangle$  に対する平均光子数  $\langle n \rangle$  と光子数のばらつき  $\langle \Delta n \rangle$  を求めよ。
3. 波長 600 nm、光強度 1 mW のレーザー光から 1 秒間あたりに発生する光子の平均光子数  $\langle n \rangle$  と光子数のばらつき  $\langle \Delta n \rangle$  を求めよ。
4.  $|\alpha\rangle$  が最小不確定状態 ( $\langle \Delta p \rangle \cdot \langle \Delta x \rangle = \frac{\hbar}{2}$ ) になっていることを示せ。