

量子力学 第12回 授業内演習

以下の問題に答えなさい。ただし、1次摂動項、2次摂動項を表す公式は、既知のものとして用いて良い。

問題1.

2準位系を考える。無摂動ハミルトニアン \hat{H}_0 に対する固有ベクトルを $|\alpha\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |\beta\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, エネルギー固有値を $\varepsilon_\alpha^{(0)} = +\varepsilon_0, \varepsilon_\beta^{(0)} = -\varepsilon_0$ とする。ここで2準位系に $\hat{H}' = g\hat{\sigma}_x$ で表される摂動が加えられた場合を考える (ε_0, g は正の実定数)。以下の問に答えよ。

ヒント：パウリ行列 $\hat{\sigma}_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \hat{\sigma}_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \hat{\sigma}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

- (1) $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}'$ に対するエネルギー固有値を“摂動近似を用いずに”厳密に求めよ。
- (2) $\varepsilon_0 \gg g$ と仮定すると、縮退のない場合の摂動論が使える。摂動近似を用いて $|\alpha\rangle, |\beta\rangle$ に対するエネルギー固有値の2次の摂動近似解 $\varepsilon_\alpha = \varepsilon_\alpha^{(0)} + \varepsilon_\alpha^{(1)} + \varepsilon_\alpha^{(2)}, \varepsilon_\beta = \varepsilon_\beta^{(0)} + \varepsilon_\beta^{(1)} + \varepsilon_\beta^{(2)}$ を求めよ。
- (3) $\varepsilon_0 \gg g$ として、(1)で求めたエネルギー固有値の厳密解を λ について展開し高次の項を無視すると、(2)で求めた摂動近似解に等しくなることを示せ。