

ナノテクノロジーにもとづく 量子コンピュータ開発

伊藤公平

Kohei M. Itoh

慶應義塾大学物理情報工学科

科学技術振興事業団・戦略的創造研究推進事業

共同研究者

慶大理工:阿部英介,松本佳直,東北大通研:大野裕三,大野英男,
スタンフォード大:山本喜久,新潟大工学部 佐々木進

平成15年2月3日 第一回ナノテクノロジー総合シンポジウム(JAPAN NANO 2003)

発表内容

1. 量子コンピュータ研究の現状
2. 15 3×5の素因数分解
3. 量子コンピュータのいくつかの例
4. 全シリコン量子コンピュータ
All-Silicon Quantum Computer
5. まとめ

なぜ注目されるか？

- ・量子力学の根幹を試す実験
- ・量子系のコンピュータシミュレーション
- ・暗号技術に密接に関連

秘密鍵 二人だけで鍵を共有する
鍵を管理すれば安全!?
どうやって鍵を送るか?
(事前に会う、量子暗号)

公開鍵 情報発信者は施錠鍵をもつ
情報受信者が開錠鍵をもつ
14593 × 27961 = 408034873

秘密鍵 公開鍵

量子コンピュータのメリット

超並列演算が可能

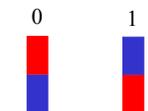
- ・一度に大量のデータを処理できる
- ・ N キュビットで 2^N 通りの状態を取りうる
- ・ 全ての計算経路を同時に実行できる



因数分解, データベース検索が高速に行える
その他の計算は？

スピン量子ビット

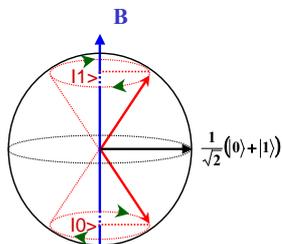
古典力学的磁石



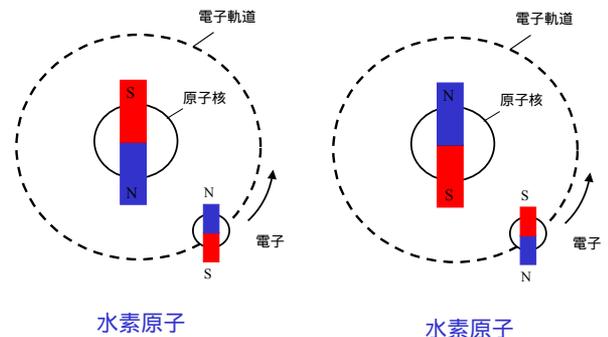
古典的 0 nor 1 (error)

量子的には0と1が半分の確率

量子力学的スピン

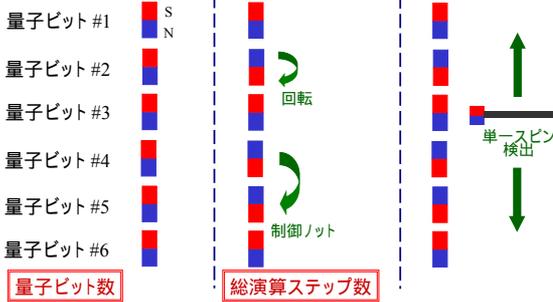


量子ビットの候補-電子と原子核のスピン

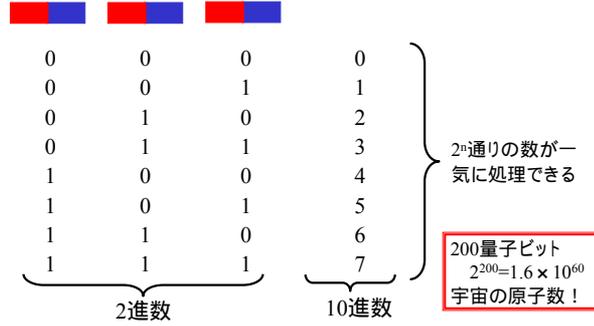


量子コンピュータの基本要素

1. 初期化
2. 量子演算
3. 読み出し



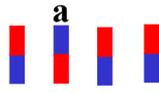
超並列計算 (量子並列性)



量子計算に必要な演算

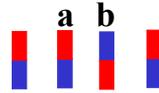
1. 回転ゲート

a	a'
0>	1>
1>	0>



2. 制御ノットゲート

a	b	a'	b'
0>	0>	0>	0>
0>	1>	0>	1>
1>	0>	1>	1>
1>	1>	1>	0>



量子コンピュータの実現にむけて

1. 量子ビット数(n)の増加 状態数 2ⁿ

2. 総演算ステップ数 = $\frac{\text{位相緩和時間 } T_2}{\text{スイッチ時間 } t_s}$

量子ビット	緩和時間 T ₂ (秒)	スイッチ時間 t _s (秒)	総演算ステップ数
電子準位	10 ⁻⁹	10 ⁻¹³	10 ⁴
電子スピン	10 ⁻⁶	10 ⁻¹⁰	10 ⁴
イオン準位	10 ⁻¹	10 ⁻¹⁴	10 ¹³
核スピン	10 ³	10 ⁻⁴	10 ⁷

光子 偏光が情報を担い手

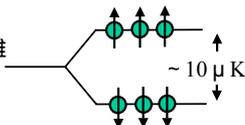
量子ビットのジレンマ (核スピンの例)

長所

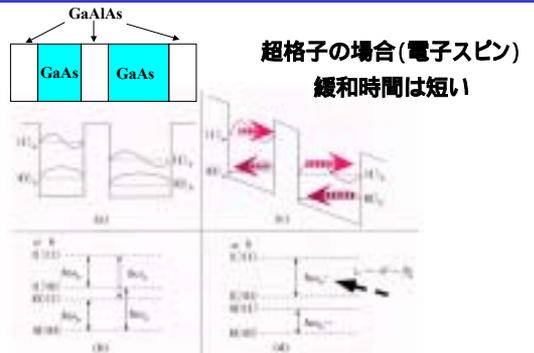
1. 外界との相互作用が小さい
極めて長い緩和時間 T₂ 1000秒?
2. スwitch時間 t_s 0.0001秒
(核磁気共鳴周波数(KHz)の逆数)
3. 実現可能な演算ステップ数 10⁷回

短所

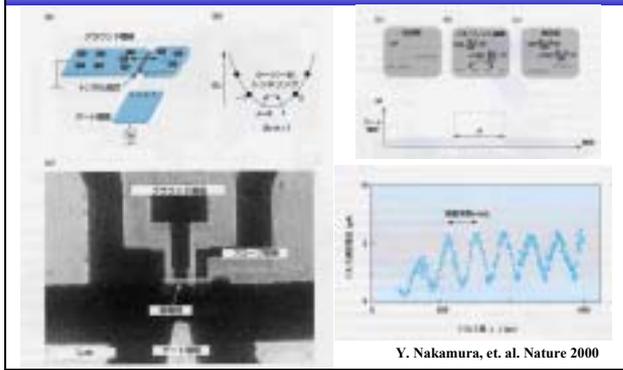
1. 外界との相互作用が小さい
演算・単一スピン測定が困難
2. 初期化が困難



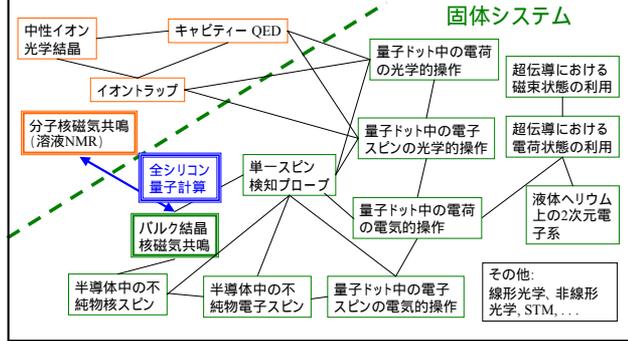
半導体中の電子準位を用いた量子コンピュータ



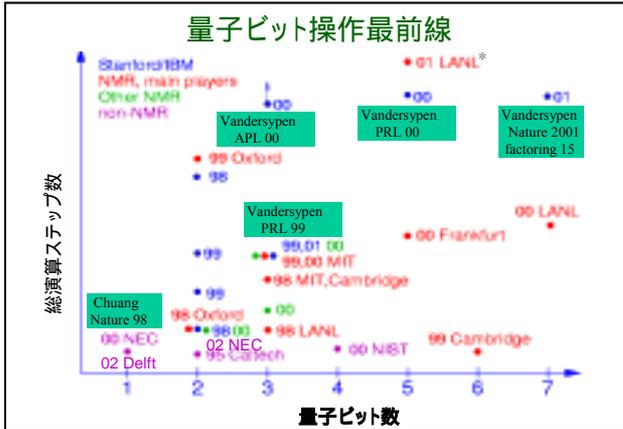
クーパー対箱量子ビット



実験による量子コンピュータの実現



量子ビット操作最前線



2. 素因数分解の計算 (15=3×5の場合)

確定的モデル $15 \div 2, 15 \div 3, 15 \div 4 \dots$ をつづけ
割り算の答えとあまりを求める

確率的モデル (乱数のため)

$$F_n = m^n \pmod{N} \quad m^n \text{を} N \text{で割ったあまりを求める}$$

$$F_n = 2^n \pmod{15} \quad \text{例として } N=15, m=2 \text{ を選んだ場合を考える}$$

確率的計算

$$F_n = 2^n \pmod{15}$$

$N=15, m=2$	こたえ
$F_0 = 2^0 \div 15$ のあまり	1
$F_1 = 2^1 \div 15$ のあまり	2
$F_2 = 2^2 \div 15$ のあまり	4
$F_3 = 2^3 \div 15$ のあまり	8
$F_4 = 2^4 \div 15$ のあまり	1
$F_5 = 2^5 \div 15$ のあまり	2
$F_6 = 2^6 \div 15$ のあまり	4
$F_7 = 2^7 \div 15$ のあまり	8

周期 $r=4$

$m^{r/2} + 1 = 2^{4/2} + 1 = \underline{5}$

$m^{r/2} - 1 = 2^{4/2} - 1 = \underline{3}$

古典的計算機内での処理

$$F_n = 2^n \pmod{15}$$

F_n	$2^n \pmod{15}$	レジスター 1 (n)	レジスター 2 $2^n \pmod{15}$
F_0	1	0000	0001 ^{2⁰}
F_1	2	0001	0010 ^{2¹}
F_2	4	0010	0100 ^{2²}
F_3	8	0011	1000 ^{2³}
F_4	1	0100	0001 ^{2⁰}
F_5	2	0101	0010 ^{2¹}
F_6	4	0110	0100 ^{2²}
F_7	8	0111	1000 ^{2³}

10進 | 2進

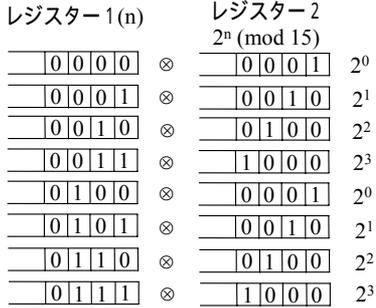
本当はレジスター1を一気に作りたい

量子計算では

$$F_n = 2^n \pmod{15}$$

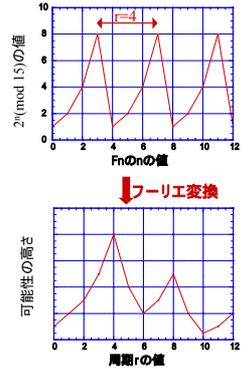
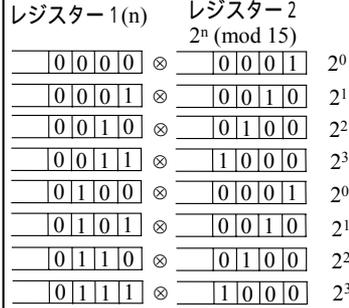
10進 2進ばい量子情報

F_n	$2^n \pmod{15}$
F_0	1
F_1	2
F_2	4
F_3	8
F_4	1
F_5	2
F_6	4
F_7	8

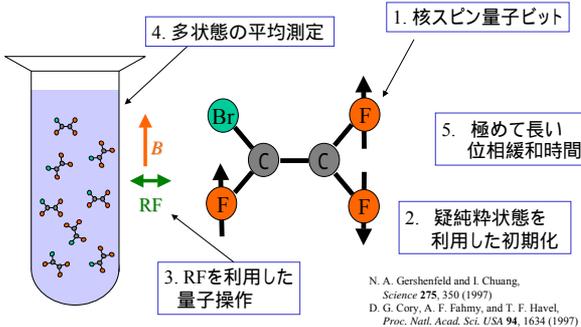


量子計算では

$$F_n = 2^n \pmod{15}$$

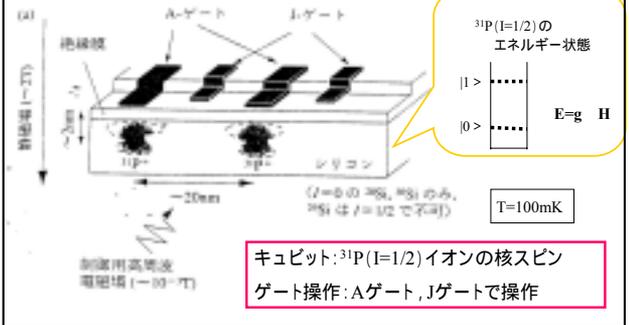


分子磁気共鳴 (溶液NMR)



Kaneの量子コンピュータモデル

Ref. B. Kane, *Nature* 393, 133(1998)



全シリコン量子コンピュータ誕生の背景

溶液NMR量子計算

N. A. Gershenfeld and I. Chuang, *Science* 275, 350 (1997)
D. G. Cory, A. F. Fahmy, and T. F. Havel, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* 94, 1634 (1997)

長所:
多状態の平均測定
作製が容易
核スピンの利用

短所:
集積化が困難 (10量子ビットが限界)
初期化が困難

固体 (不純物) 量子計算

B. E. Kane, *Nature* 393, 133 (1998)
R. Vrijen, et al., *Phys. Rev. A* 62, 012306 (2000)
G.P. Berman, G. D. Doolen, P. C. Hammel, and V. I. Tsifrinovich, *Phys. Rev. B* 61, 14694 (2000).

長所:
集積化が可能
低温化による効率的な初期化
核スピンの利用

短所:
単一スピン抽出が必要
作製が困難

全シリコン量子コンピュータ

半導体同位体工学

シリコン: Si
ゲルマニウム: Ge

半導体同位体工学

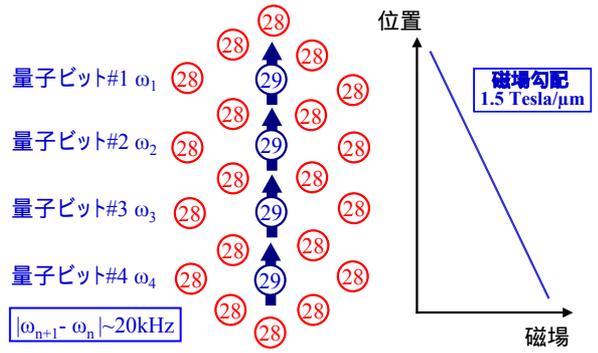
伊藤公平、固体物理、1998年33巻965頁

安定同位体

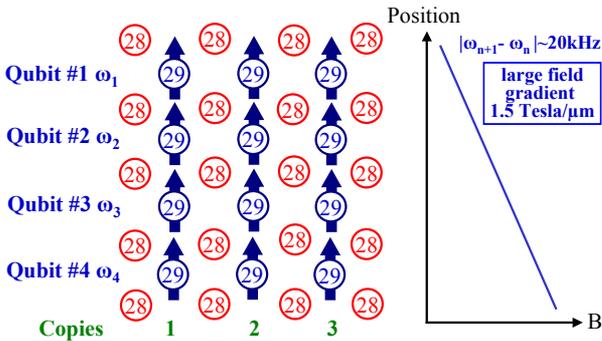
²⁸ Si 92.2%		⁶⁹ Ga 60.1%	3/2
²⁹ Si 4.7%	1/2 (核スピン)	⁷¹ Ga 39.9%	3/2 (核スピン)
³⁰ Si 3.1%		⁷⁵ As 100%	3/2
⁷⁰ Ge 20.5%			
⁷² Ge 27.4%			
⁷³ Ge 7.8%	9/2 (核スピン)		
⁷⁴ Ge 36.5%			
⁷⁶ Ge 7.8%			

安定同位体を利用した核スピン制御

²⁹Si 核スピン量子計算

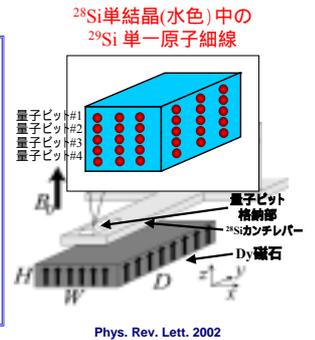


²⁹Si nuclear spin quantum computer



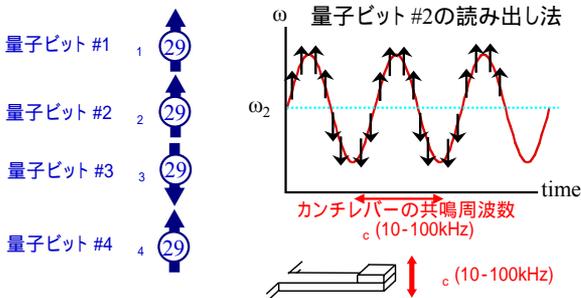
全シリコン量子コンピュータの構成

- ²⁹Si (核スピン1/2) 量子ビット
- 急磁場勾配による各量子ビットへのアクセス
- 初期化: 低温化と光による偏極核スピン生成
- 演算: 核磁気共鳴法に基づく核スピン量子操作
- 読み出し: 核磁気共鳴プローブ法 (MRFM) の開発



Phys. Rev. Lett. 2002

読み取り技術(カンチレバー) 慶應・スタンフォード



S/N比と初期化率の関係

N: カンチレバーに対する熱雑音

$$F_{\min} = \sqrt{4kk_B T B / \omega_0 Q}$$

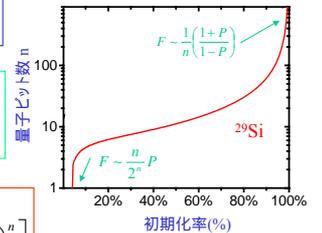
S: 一原子面によって発生する力:

$$F(t) = M_z(r, t) \frac{\partial B_z}{\partial z}$$

核スピンの磁化率:

$$M_z = \gamma \hbar I N \left[\left(\frac{1+P}{2} \right)^n - \left(\frac{1-P}{2} \right)^n \right]$$

S/N比=1のプロット



P = 初期化率
N = 細線コピー数
n = 量子ビット数

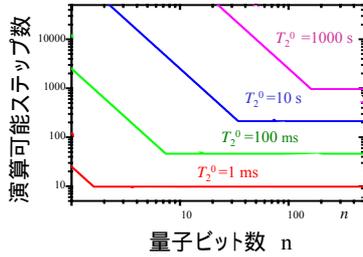
位相緩和時間と演算可能ステップ数

$$\frac{1}{T_2^0} = \frac{1}{2T_1} + \frac{\gamma^2}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \langle \delta B_{zj}(t) \delta B_{zj}(0) \rangle dt = \left(\langle \delta B_{zj}^2 \rangle + \langle \delta B_{zj}^2 \rangle / (T_1^2) \right)^{1/2}$$

DC spectral density of local fluctuating field Second Moment due to residual dipolar couplings

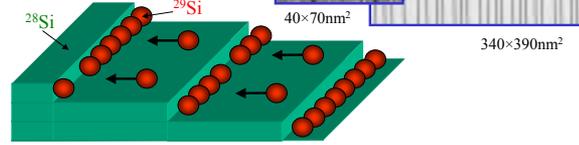
位相緩和の原因:
カンチレバーの揺らぎ
磁性不純物との相互作用
核スピン間の双極子相互作用

位相緩和時間
測定が必要

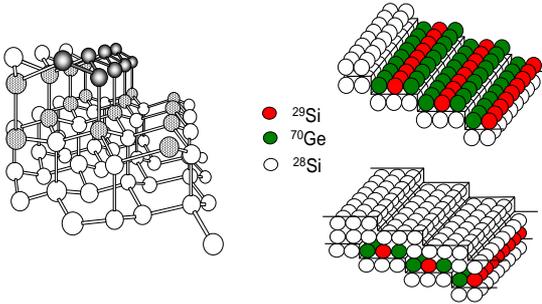


²⁹Si単一原子細線の作製法

1° ミスカットSi(111)基板上の原子
20,000個分の一直線テラス
J.-L. Lin, et al., *JAP* 84, 255 (1998)



²⁹Si同位体細線



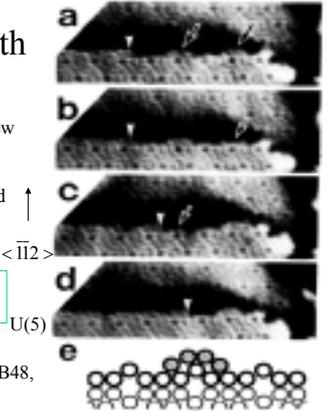
Row-by-row growth

The step-flow growth was observed as the appearance of new adatoms at the edge

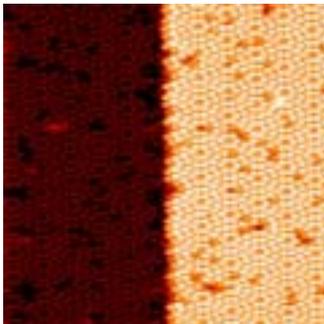
Short rows are thermally diffused to form a longer row which is energetically stable

$T_{sub} = 350$
Growth rate $0.8 \times 10^{-2} BL/min$

T. Hasegawa, et al., *Phys. Rev. B* 48, 1943 (1995).



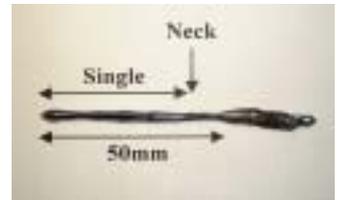
慶應における進展



半導体同位体工学の現状



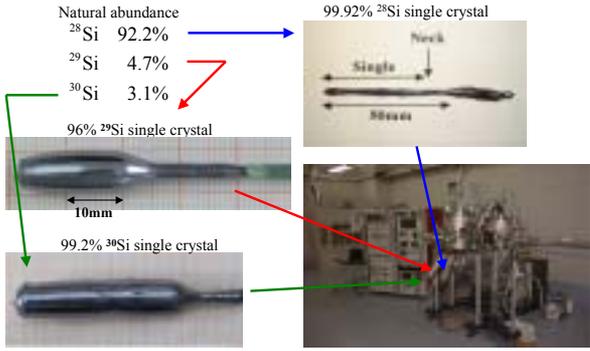
99.92% ²⁸Si single crystal



J. Mater. Res. 8, 1341 (1993)

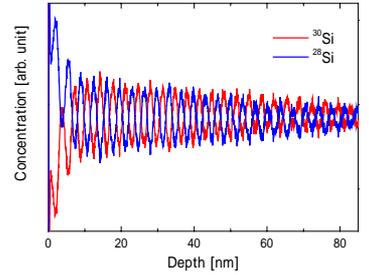
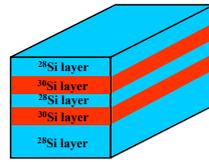
Jpn. J. Appl. Phys. 38, L1493 (1999)

シリコン同位体工学の現状



$^{28}\text{Si}/^{30}\text{Si}$ 同位体超格子

表面から深さ方向の ^{28}Si と ^{30}Si の分布
 $[(^{28}\text{Si})_{12}/(^{30}\text{Si})_{12}]_{50}$ 超格子



シリコン同位体超格子中のフォノン

Phonons of $(^{28}\text{Si})_n/(^{30}\text{Si})_n$ SLs

Ex) $(^{28}\text{Si})_4/(^{30}\text{Si})_4$

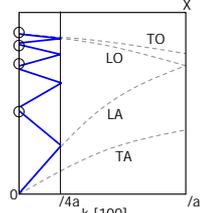
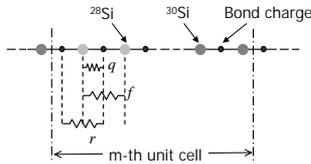


Fig. Si phonon dispersion relation
 (.....: bulk Si, —: $(^{28}\text{Si})_n/(^{30}\text{Si})_n$)

Calculation of Phonon Frequency

Planar-Bond Charge (PBC) Model
 P. Molinás-Mata, A. J. Shields, and M. Cardona, Phys. Rev. B **47**, 1866 (1993)



同位体超格子のラマン分光測定

Raman spectroscopy

$[(^{28}\text{Si})_{12}/(^{30}\text{Si})_{12}]_{50}$

Conditions

- ✓ Laser: 514.5 nm
- ✓ Temp.: ~ 4 K

Phonon folded mode can be confirmed.

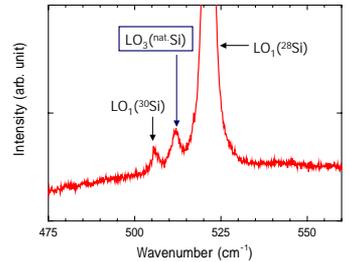
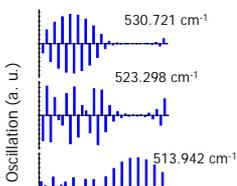


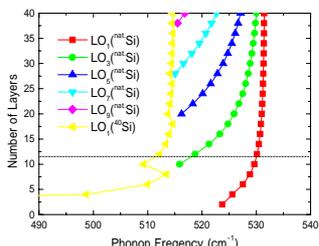
Fig. Raman spectrum of $[(^{28}\text{Si})_{12}/(^{30}\text{Si})_{12}]_{50}$ superlattice

Expected Raman Peaks

Ex) $(^{28}\text{Si})_{12}/(^{30}\text{Si})_{12}$



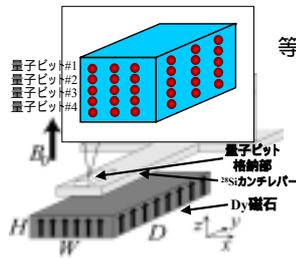
Oscillation of atoms



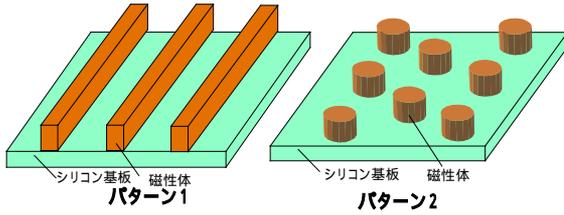
Expected Raman peaks of $(^{nat}\text{Si})_n/(^{30}\text{Si})_n$ superlattices calculated by PBC model (n : even numbers)

マイクロマグネットの設計・製作

^{28}Si 単結晶(水色)中の
 ^{29}Si 単一原子細線



マイクロマグネットデザイン



課題：高磁場勾配と面内均一性の両立

まとめ

1. 量子コンピュータはいつできますか？ ➡ もうできてます！？
2. 役に立ちますか？ ➡ できてみたらわかります
3. なぜ量子コンピュータの研究をするのですか？ ➡ 量子とナノテクノロジーは切っても切れない仲間だからです

Materials science と Physics の融合

http://www.appi.keio.ac.jp/Itoh_group/